

**Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Уфимский государственный авиационный технический университет»**

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТОВ ИНЕРЦИИ
ТВЕРДЫХ ТЕЛ
МЕТОДОМ ТРИФИЛЯРНОГО ПОДВЕСА**

**Методические указания к лабораторной работе № 1
по дисциплине «Физика»**

Уфа 2015

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Уфимский государственный авиационный технический университет»

Кафедра физики

ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТОВ ИНЕРЦИИ
ТВЕРДЫХ ТЕЛ
МЕТОДОМ ТРИФИЛЯРНОГО ПОДВЕСА

Методические указания к лабораторной работе № 1
по дисциплине «Физика»

Уфа 2015

Составитель Л. В. Рабчук

УДК
ББК

Определение моментов инерции твердых тел методом трифилярного подвеса: методические указания к лабораторной работе № 1 по дисциплине «Физика» / Уфимск. гос. авиац. техн. ун-т; Сост. Л. В. Рабчук. – Уфа: Уфимск. гос. авиац. техн. ун-т, 2015. – 15 с.

Цель методических указаний – закрепление и совершенствование знаний студентов по дисциплине «Физика» и формирование умений их применять для решения научно-технических задач в теоретических и прикладных аспектах, возникающих в последующей профессиональной деятельности выпускников технического университета.

Определяются моменты инерции твердых тел относительно оси, сравниваются их экспериментально определенные и теоретически рассчитанные значения, опытным путем доказывается теорема Штейнера.

Предназначены для студентов, изучающих дисциплину «Физика» по разделу «Механика. Механические колебания. Статистическая физика и термодинамика» дисциплины «Физика» на всех направлениях подготовки бакалавров и специалистов.

Рецензенты: канд. физ.-мат. наук, доц. Осипов В. С.,
канд. физ.-мат. наук, доц. Кузбеков Т. Т.

© Уфимский государственный
авиационный технический университет, 2015

Содержание

Введение	4
1. Цели работы	5
2. Задачи.....	5
3. Теоретическая часть	5
4. Экспериментальная установка.....	7
5. Требования по технике безопасности	10
6. Задания.....	10
7. Методика выполнения заданий	11
7.1. Определение момента инерции ненагруженного диска.....	11
7.2. Определение момента инерции сплошного цилиндра относительно оси, проходящей через центр масс тела.....	11
7.3. Проверка теоремы Штейнера.....	12
7.4. Проверка зависимости момента инерции от распределения массы тела относительно оси.....	13
Контрольные вопросы	14
Требования к содержанию и оформлению отчета	14
Критерии результативности выполнения лабораторной работы	15
Список литературы	15

ВВЕДЕНИЕ

Любое движение твердого тела можно представить суммой поступательного и вращательного движения. При изучении динамики вращательного движения используются такие физические величины, как момент импульса, момент силы, момент инерции.

Данная лабораторная работа посвящена усвоению понятия момента инерции твердого тела относительно оси, определению моментов инерции сплошного цилиндра и параллелепипеда относительно различных осей, а также экспериментальной проверке теоремы Штейнера.

В результате выполнения лабораторной работы формируются следующие **компетенции**:

- способность демонстрировать базовые знания в области общенаучных дисциплин и готовность использовать основные законы в профессиональной деятельности;

- способность проводить эксперименты по заданной методике и обработку результатов;

- способность сопоставлять экспериментальные данные с теоретическими положениями;

- способность оформлять, представлять и докладывать результаты выполненной работы;

- способность применять полученные теоретические знания в экспериментальной работе.

Перечисленные компетенции формируются через **умения**:

- работать с измерительными приборами;

- рассчитывать физические величины по экспериментальным данным;

- анализировать результаты опыта;

- оформлять отчет;

- использовать знания, полученные в опыте для подтверждения теоретических знаний;

Перечисленные компетенции формируются через **владения**:

- теоретическим материалом;

- навыками измерений физических величин по приборам;

- технологией графической обработки экспериментальных данных.

Лабораторная работа № 1

ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТОВ ИНЕРЦИИ ТВЕРДЫХ ТЕЛ МЕТОДОМ ТРИФИЛЯРНОГО ПОДВЕСА

1. ЦЕЛИ РАБОТЫ

1. Экспериментальное определение моментов инерции твердых тел.
2. Проверка теоремы Штейнера.

2. ЗАДАЧИ

1. Закрепление теоретических знаний студентами по теме «Механика твердого тела».
2. Приобретение навыков проведения физических измерений и умения обработки получаемых при этом данных.

3. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Моментом инерции материальной точки относительно оси называют произведение массы этой точки m_i на квадрат ее расстояния до оси r_i

$$J_i = m_i r_i^2.$$

Моментом инерции тела относительно оси называют сумму моментов инерции материальных точек, из которых состоит это тело

$$J_i = \sum_{i=1}^n J_i = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2. \quad (3.1)$$

Представляя тело состоящим из сколько угодно малых частей объемом dV и массы dm , его момент инерции можно рассчитать интегрированием

$$J = \int_m r^2 dm, \quad (3.2)$$

где r – расстояние от элемента тела объемом dV до оси, относительно которой рассчитывается момент инерции.

Так как $dm = \rho dV$, где ρ – плотность тела в данной области dV , то $J = \int_V \rho r^2 dV$.

Если тело однородно, то для всех областей ρ одинаково и

$$J = \rho \int_V r^2 dV. \quad (3.3)$$

Наиболее просто определяются моменты инерции тел правильной геометрической формы с равномерным распределением массы по объему.

Рассчитаем момент инерции сплошного однородного диска массы m и радиуса R относительно оси симметрии (рис. 3.1), перпендикулярной плоскости диска. Разобьем диск на кольцевые слои толщиной dr и радиуса r . Объем такого слоя равен $dV = h \cdot 2\pi r dr$, где h – толщина диска.

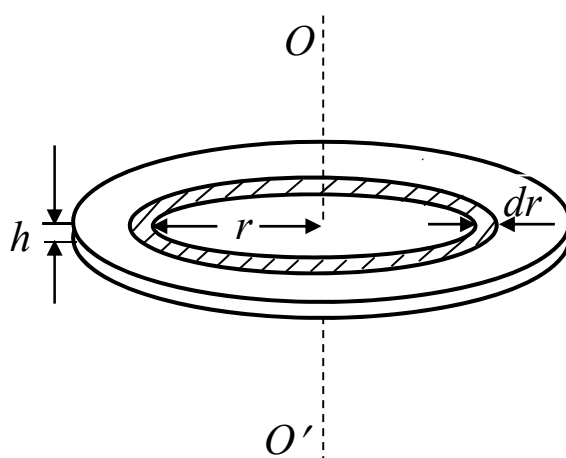


Рис. 3.1. Разбивка диска на кольцевые слои

С учетом (3.3) момент инерции диска получается равным

$$J = \rho \int_0^R r^2 \cdot h \cdot 2\pi r dr = \rho h \cdot 2\pi \cdot \frac{R^4}{4}.$$

Масса диска m равна произведению его плотности ρ на объем $h \cdot \pi R^2$. Подставив

$$m = \rho h \pi R^2,$$

получаем

$$J = \frac{1}{2} m R^2. \quad (3.4)$$

Из (3.4) следует, что момент инерции сплошного однородного диска зависит только от его массы и радиуса и не зависит от толщины диска. Поэтому формула (3.4) применима для расчета момента

инерции сплошного однородного цилиндра относительно оси симметрии.

Если известен момент инерции тела относительно оси, проходящей через его центр масс, то момент инерции тела относительно любой параллельной оси можно определить, воспользовавшись теоремой Штейнера. Согласно теореме Штейнера, момент инерции J тела относительно произвольной оси равен сумме момента инерции тела J_c относительно оси, параллельной данной и проходящей через центр масс тела, и произведения массы тела m на квадрат расстояния a между осями

$$J = J_c + ma^2. \quad (3.5)$$

Момент инерции тела относительно оси является мерой инертности тела при вращательном движении (мерой инертности тела при поступательном движении является его масса) и зависит не только от массы тела, но и от ее распределения в пространстве относительно оси. Тело обладает определенным моментом инерции относительно любой оси независимо от того, вращается оно или находится в покое.

4. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ УСТАНОВКА

В настоящей работе моменты инерции твердых тел определяются с помощью трифилярного подвеса, представляющего собой диск радиуса R , подвешенный горизонтально на трех нитях длиной L к закрепленному диску меньшего радиуса r (рис. 4.1).

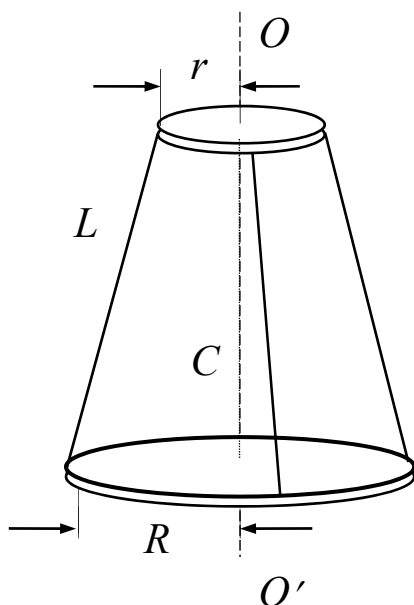


Рис. 4.1. Трифилярный подвес

Центры дисков расположены на одной вертикальной оси OO' , вокруг которой нижний диск может совершать крутильные колебания. При колебаниях центр масс C диска радиуса R перемещается вдоль оси OO' . При повороте нижнего диска на угол φ вокруг оси OO' его перемещение равно h (рис. 4.2), а приращение потенциальной энергии

$$E_{\text{п}} = m g h,$$

где m – масса нижнего диска.

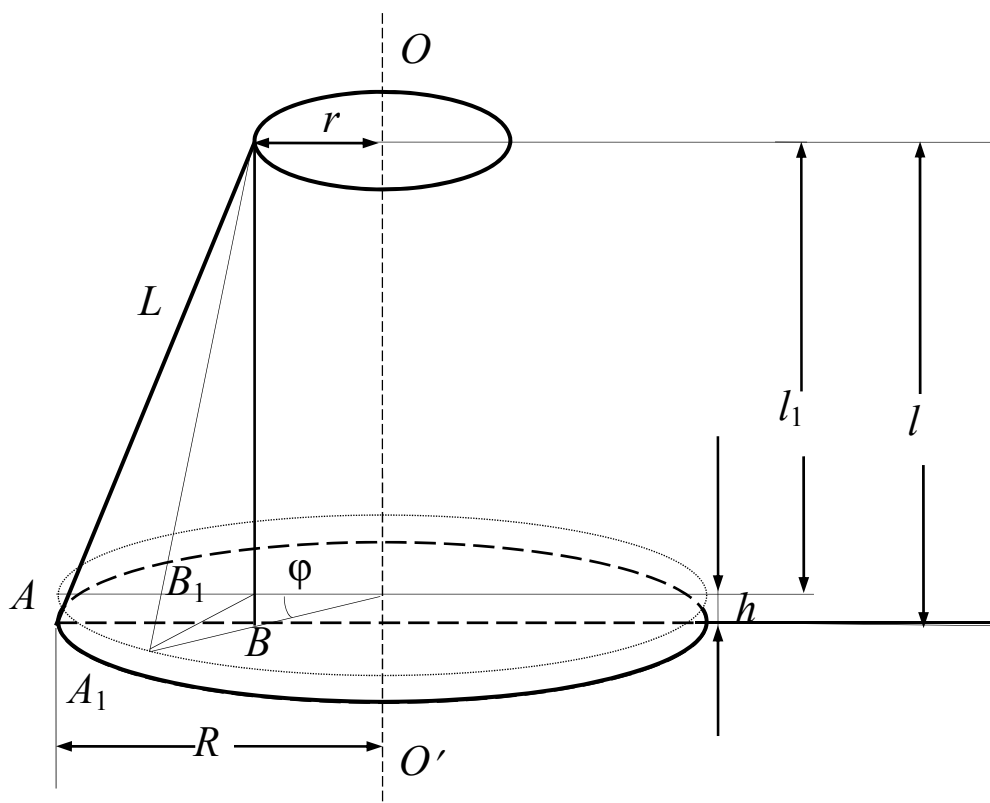


Рис. 4.2. Поворот нижнего диска на угол φ вокруг оси OO'

Колеблющийся диск совершает вращательное движение, поэтому его кинетическая энергия равна

$$E_{\text{к}} = \frac{J\omega^2}{2},$$

где J – момент инерции диска относительно оси OO' , ω – угловая скорость диска.

При небольших смещениях диска по вертикали по сравнению с длиной нитей, т.е. при малых углах поворота, пренебрегая вязкостью воздуха можно показать, что диск совершает гармоническое колебательное движение, при котором угол φ его поворота изменяется со временем по закону

$$\varphi = \varphi_0 \cdot \sin \omega t = \varphi_0 \cdot \sin \frac{2\pi}{T} t,$$

где φ_0 – амплитуда углового смещения, T – период колебаний.

Изменение потенциальной энергии диска при максимальном угле поворота φ_0 равно максимальной кинетической энергии вращательного движения, которой он обладает в момент прохождения положения равновесия

$$m g h = \frac{J \omega_0^2}{2},$$

где ω_0 – угловая скорость диска в момент прохождения положения равновесия.

Отсюда момент инерции диска

$$J = \frac{2 m g h}{\omega_0^2}. \quad (4.1)$$

Угловая скорость диска меняется по гармоническому закону

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} = \varphi_0 \frac{2\pi}{T} \cos \frac{2\pi}{T} t.$$

Следовательно, максимальная угловая скорость ω_0 равна

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T} \varphi_0. \quad (4.2)$$

Высоту h , на которую поднимается диск, определим из геометрических соображений (рис. 3.3)

$$h = l - l_1 = \frac{l^2 - l_1^2}{l + l_1}. \quad (4.2)$$

Но

$$\begin{aligned} l^2 &= L^2 - (R - r)^2, \\ l_1^2 &= L^2 - (A_1 B_1)^2, \\ l_1^2 &= L^2 - (R^2 + r^2 - 2Rr \cos \varphi_0). \end{aligned} \quad (4.3)$$

С учетом уравнений (4.3) уравнение (4.2) запишем в виде

$$h = \frac{2Rr(1 - \cos\varphi_0)}{l + l_1} = \frac{4Rr \sin^2 \frac{\varphi_0}{2}}{l + l_1}.$$

При малых углах φ_0 $\sin \frac{\varphi_0}{2} \approx \frac{\varphi_0}{2}$, а $l + l_1 \approx 2l$.

Таким образом

$$h = \frac{Rr\varphi_0^2}{2l}. \quad (4.4)$$

Подставляя (4.2) и (4.4) в (4.1) получим

$$J = \frac{mgRr}{4\pi^2 l} T^2. \quad (4.5)$$

Уравнение (4.5) можно применять не только для расчета момента инерции диска (J_0) относительно оси OO' , но и для расчета момента инерции диска с грузами (J). Момент инерции груза ($J_{гр}$) можно найти

$$J_{гр} = J - J_0. \quad (4.6)$$

Это дает возможность определить моменты инерции грузов относительно оси вращения, измерив J и J_0 .

5. ТРЕБОВАНИЯ ПО ТЕХНИКЕ БЕЗОПАСНОСТИ

1. Прежде чем приступить к работе, внимательно ознакомьтесь с заданием и лабораторной установкой.
2. Сообщите преподавателю или лаборанту о замеченных неисправностях.
3. Не загромождайте рабочее место предметами, не относящимися к выполняемой работе.
4. По окончании работы приведите в порядок свое рабочее место, обесточьте электросекундомер.

6. ЗАДАНИЯ

1. Определение момента инерции ненагруженного диска.
2. Определение момента инерции сплошного цилиндра относительно оси, проходящей через центр масс тела.
3. Проверка теоремы Штейнера.

4. Проверка зависимости момента инерции от распределения массы тела относительно оси. (Задание выполняется по указанию преподавателя).

7. МЕТОДИКА ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАДАНИЙ

7.1. Определение момента инерции ненагруженного диска

1. Измерить радиус R нижнего диска, радиус r верхнего диска и длину L нитей. Масса диска $m_0 = (0,8885 \pm 0,0001)$ кг.

2. Повернуть диск на угол 5-6 градусов вокруг оси OO' и измерить электросекундомером время 20 полных колебаний.

3. Повторить измерения еще 2 раза и результаты записать в табл. 7.1.

4. Определить среднее время 20 колебаний и рассчитать средний период колебаний T_0

$$T_0 = \frac{t_{0, \text{cp}}}{n},$$

где n – число колебаний.

5. По формуле (4.5) вычислить момент инерции ненагруженного диска.

6. Рассчитать относительную и абсолютную погрешности измерения момента инерции диска J_0 .

Таблица 7.1

№	m_0 , кг	R , м	r , м	l , м	t_0 , с	$t_{0 \text{cp}}$, с	T_0 , с	J_0 , кг·м ²	ΔJ_0 , кг·м ²	ε , %
1										
2										
3										

7.2. Определение момента инерции сплошного цилиндра относительно оси, проходящей через центр масс тела

1. Расположить исследуемое тело на диске так, чтобы его ось симметрии совпала с осью OO' (рис. 4.2).

2. Повернув диск на 5-6 градусов вокруг оси OO' , 3 раза измерить время 20 полных колебаний.

3. Рассчитать среднее время и определить период колебаний T нагруженного диска

$$T = \frac{t_{\text{ср}}}{n}. \quad (7.1)$$

4. По формуле 4.5 вычислить момент инерции J_{c1} системы, принимая массу m равной сумме масс исследуемого тела и диска.

5. По формуле 4.6 определить момент инерции J_1 цилиндра.

6. Рассчитать погрешности измерения момента инерции цилиндра.

7. Рассчитать момент инерции сплошного цилиндра относительно оси вращения, проходящей через его центр инерции, по формуле

$$J_{1\text{теор}} = \frac{1}{2} m_{\text{цил}} r^2,$$

где $m_{\text{цил}}$ – масса цилиндра, r – радиус цилиндра.

8. Сравнить значения момента инерции сплошного цилиндра, полученные экспериментально и теоретически.

9. Внести результаты измерений и расчетов в табл. 7.2.

Таблица 7.2

№	m , кг	$m_{\text{цил}}$, кг	t , с	$t_{\text{ср}}$, с	T , с	J_{c1} , кг·м ²	J_1 , кг·м ²	ΔJ_1 , кг·м ²	ε , %	$J_{1\text{теор}}$, кг·м ²
1										
2										
3										

7.3. Проверка теоремы Штейнера

1. Расположить строго симметрично на диске вдоль его диаметра два цилиндра.

2. Повернув диск с цилиндрами на 5-6 градусов вокруг оси OO' , 3 раза измерить время 20 полных колебаний. По среднему времени по формуле (7.1) вычислить период колебаний нагруженного диска.

3. По формуле (4.5) рассчитать момент инерции J_{c2} системы, принимая массу m , равной массе диска и двух цилиндров ($m = m_0 + 2m_{\text{цил}}$).

4. Определить момент инерции J_2 одного цилиндра по формуле

$$J_2 = \frac{J_{c2} - J_0}{2}.$$

5. Рассчитать погрешности измерения.

6. Вычислить теоретическое значение момента инерции цилиндра, расположенного на расстоянии d от оси вращения, по формуле

$$J_{2 \text{ теор}} = \frac{1}{2} m_{\text{цил}} r^2 + m_{\text{цил}} d^2,$$

где r – радиус цилиндра, $m_{\text{цил}}$ – масса цилиндра, d – расстояние от оси вращения до центра тяжести цилиндра.

7. Результаты измерений внести в табл. 7.3.

8. Сравнить экспериментально полученное значение момента инерции сплошного цилиндра, расположенного на расстоянии d от оси вращения, с теоретически рассчитанным значением.

Таблица 7.3

№	m , кг	t , с	$t_{\text{ср}}$, с	T , с	$J_{\text{с2}}$, кг·м ²	J_2 , кг·м ²	ΔJ_2 , кг·м ²	ε , %	$J_{2 \text{ теор}}$, кг·м ²
1									
2									
3									

7.4. Проверка зависимости момента инерции от распределения массы тела относительно оси

1. Расположить параллелепипед большой гранью на диске так, чтобы ось симметрии проходила через ось OO' .

2. Три раза определить время t 20 полных колебаний и по среднему времени по формуле (7.1) вычислить период колебаний.

3. По формуле (4.5) вычислить момент инерции $J_{\text{с3}}$ нагруженного диска, принимая массу m , равной массе диска и параллелепипеда ($m = m_0 + m_{\text{пар}}$).

4. Рассчитать момент инерции параллелепипеда по формуле

$$J_{\text{пар}} = J_{\text{с3}} - J_0,$$

5. Расположить параллелепипед мельшей гранью на диске так, чтобы параллелепипед был расположен симметрично относительно диаметра диска, а ось вращения проходила бы через его центр тяжести.

6. Три раза определить время t' , за которое происходит 20 полных колебаний и по среднему времени по формуле (7.1) вычислить период колебаний T' .

7. По формуле (4.5) вычислить момент инерции $J'_{с3}$ нагруженного диска, используя значение периода T' .

8. Рассчитать момент инерции параллелепипеда по формуле

$$J'_{\text{пар}} = J'_{с3} - J_0,$$

9. Результаты измерений и вычислений внести в табл. 7.4.

10. Сравнить значения $J_{\text{пар}}$ и $J'_{\text{пар}}$.

Таблица 7.4

№	m , кг	t , с	$t_{\text{ср}}$, с	T , с	t' , с	$t'_{\text{ср}}$, с	$J_{с3}$, кг·м ²	$J_{\text{пар}}$, кг·м ²	$J'_{с3}$, кг·м ²	$J'_{\text{пар}}$, кг·м ²
1										
2										
3										

Контрольные вопросы

1. Что называется моментом инерции материальной точки относительно оси? Что называется моментом инерции тела относительно оси?

2. Каков физический смысл момента инерции?

3. В чем суть теоремы Штейнера?

4. Как теорема Штейнера проверяется экспериментально?

5. В какие моменты времени абсолютное значение угловой скорости диска будет максимальным?

6. Какой закон сохранения применяется при выводе формулы для определения момента инерции экспериментальным путем? Сформулируйте его.

7. Выведите формулу для расчета момента инерции сплошного цилиндра относительно оси симметрии.

Требования к содержанию и оформлению отчета

Отчет по лабораторной работе должен содержать:

1. Название и номер лабораторной работы.

2. Цель работы.

3. Краткую теорию.
4. Основные формулы для выполнения расчетов.
5. Таблицу с результатами измерений и вычислений.
6. Формулы для расчета погрешностей измерений.

7. Выводы по результатам работы (обобщение того, что сделано в работе, сравнение теоретически рассчитанного и экспериментально полученного значения момента инерции цилиндра относительно оси симметрии, заключение о выполнении или нарушении теоремы Штейнера, предложения по усовершенствованию лабораторной установки и по проведению работы).

Критерии результативности выполнения лабораторной работы

Лабораторная работа считается выполненной, если студент:

- правильно выполнил экспериментальную и расчетную части работы;
- составил отчет, соответствующий предъявляемым к нему требованиям;
- сформулировал выводы о проделанной работе;
- подготовил ответы на все контрольные вопросы.

Список литературы

1. *Савельев И. В.* Курс общей физики. Т. 1. – М.: Издательство «КноРус», 2012.
2. *Детлаф А. Н., Яворский Б. М.* Курс физики. – М.: Academia, 2009.
3. *Трофимова Т. И.* Курс физики. – М.: Высшая школа, 2012.

Составитель РАБЧУК Людмила Васильевна

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТОВ ИНЕРЦИИ
ТВЕРДЫХ ТЕЛ
МЕТОДОМ ТРИФИЛЯРНОГО ПОДВЕСА**

**Методические указания к лабораторной работе № 1
по дисциплине «Физика»**

Подписано в печать 2015. Формат 60x84 1/16.
Бумага офсетная. Печать плоская. Гарнитура Nimes New Roman.
Усл. печ. л. 1,1. Уч-изд.л. 0,9. Тираж 100 экз. Заказ №
ФГОУ ВПО «Уфимский государственный авиационный
технический университет»
Редакционно-издательский комплекс УГАТУ
450000, Уфа-центр, ул. К. Маркса, 12